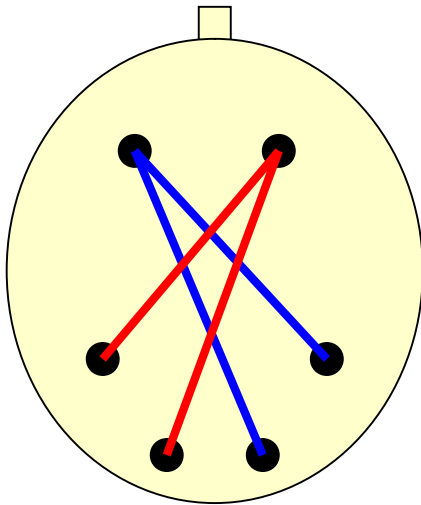


Лаборатория нейрофизиологии когнитивной деятельности ИВФ, РАО

**МЕТОДЫ ОЦЕНКИ
КОРТИКО-КОРТИКАЛЬНЫХ
ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СВЯЗЕЙ
НА ОСНОВЕ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ЭЭГ.
НАДЕЖДЫ И ОПАСЕНИЯ**

Андрей Курганский

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СВЯЗИ



наличие функциональной связи



наличие статистической связи

сила функциональной связи = сила стат. связи

Будем обсуждать только линейные функциональные связи, сила и направление которых оцениваются с помощью векторной авторегрессионной модели

АВТОРЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ

ЛИНЕЙНАЯ АВТОРЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ

В каждый дискретный момент времени n сигнал $x(n)$ определяется взвешенной набором постоянных коэффициентов суммой своих собственных значений в предыдущие моменты времени $n-1, n-2, \dots, n-P$.

В каждый момент времени к сигналу x добавляется необусловленный его историей новый сигнал – белый Гауссовский шум $e(n)$.

$$x(n) = a_1 x(n-1) + a_2 x(n-2) + \dots + a_p x(n-P) + e(n)$$

АКФ белого шума равна его дисперсии при нулевой задержке и равна нулю при всех других ее значениях

$$C_{ee}(\tau) = E\{e(n)e(n+\tau)\} = \sigma_{ee}^2 \delta(\tau)$$

Как вычислить коэффициенты авторегрессии? Надо решить уравнения Юла-Уолкера, которые связывают неизвестные коэффициенты с АКФ сигнала.

ОЦЕНКА АВТОСПЕКТРОВ С ПОМОЩЬЮ AR-МОДЕЛИ

$$x(n) = a_1x(n-1) + a_2x(n-2) + \dots + a_px(n-P) + e(n)$$

$$C_{ee}(\tau) = E\{e(n)e(n+\tau)\} = \sigma_{ee}^2 \delta_{0\tau}$$

$$x(n) = a_1x(n-1) + a_2x(n-2) + \dots + a_px(n-P) + e(n) \quad \longrightarrow \quad x(n) - a_1x(n-1) - a_2x(n-2) - \dots - a_px(n-P) = e(n)$$

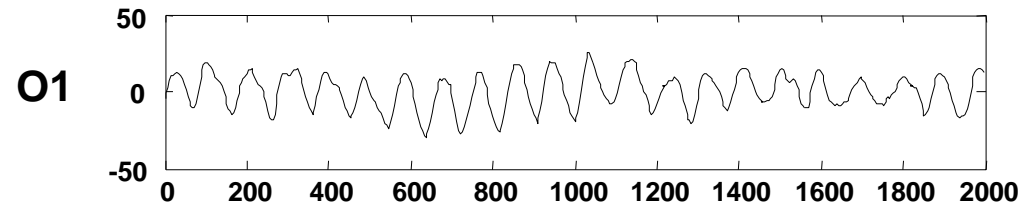
$$F\{x(n) - a_1x(n-1) - a_2x(n-2) - \dots - a_px(n-P)\} = F\{e(n)\} \quad \longrightarrow \quad F\{x(n)\} - a_1F\{x(n-1)\} - a_2F\{x(n-2)\} - \dots - a_pF\{x(n-P)\} = F\{e(n)\}$$

$$X(\omega) - a_1X(\omega)e^{-i\omega} - a_2X(\omega)e^{-i2\omega} - \dots - a_pX(\omega)e^{-iP\omega} = E(\omega) \quad \longrightarrow \quad X(\omega) \underbrace{[1 - a_1e^{-i\omega} - a_2e^{-i2\omega} - \dots - a_pe^{-iP\omega}]}_{A(\omega)} = E(\omega)$$

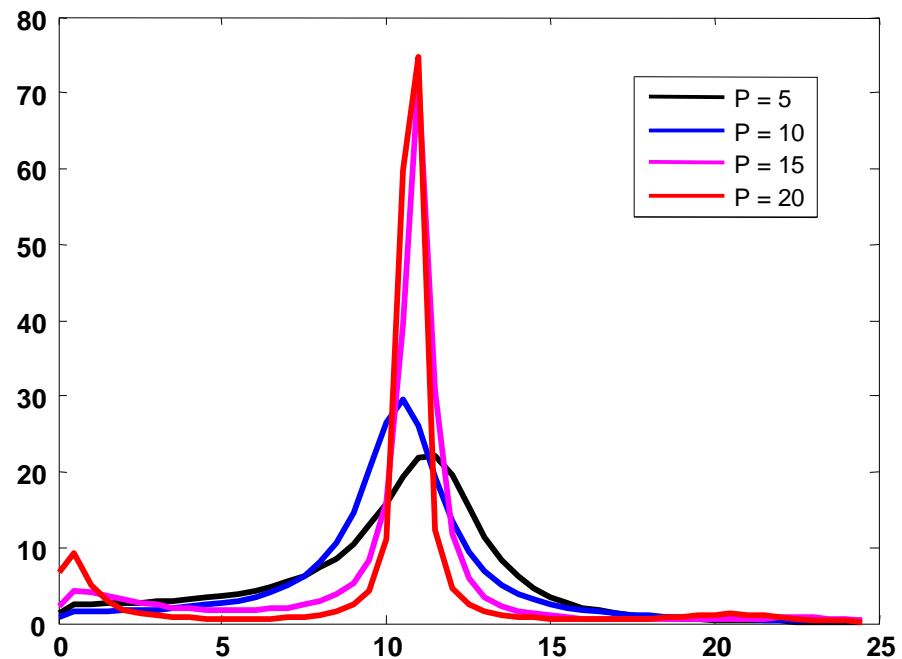
$$X(\omega)A(\omega) = E(\omega) \quad \longrightarrow \quad \bar{X}(\omega)\bar{A}(\omega) = \bar{E}(\omega) \quad \longrightarrow \quad [A(\omega)\bar{A}(\omega)] \underbrace{[X(\omega)\bar{X}(\omega)]}_{\sigma_{ee}^2} = E(\omega)\bar{E}(\omega) \quad \longrightarrow \quad |A(\omega)\bar{A}(\omega)|^2 S_{xx}(\omega) = \sigma_{ee}^2$$

$$S_{xx}(\omega) = \frac{\sigma_{ee}^2}{|A(\omega)\bar{A}(\omega)|^2} = \frac{\sigma_{ee}^2}{|1 - a_1e^{-i\omega} - a_2e^{-i2\omega} - \dots - a_pe^{-iP\omega}|^2}$$

ОЦЕНКА АВТОСПЕКТРОВ С ПОМОЩЬЮ AR-МОДЕЛИ



AR-спектры сигнала O1 при разных значениях порядка P авторегрессионной модели



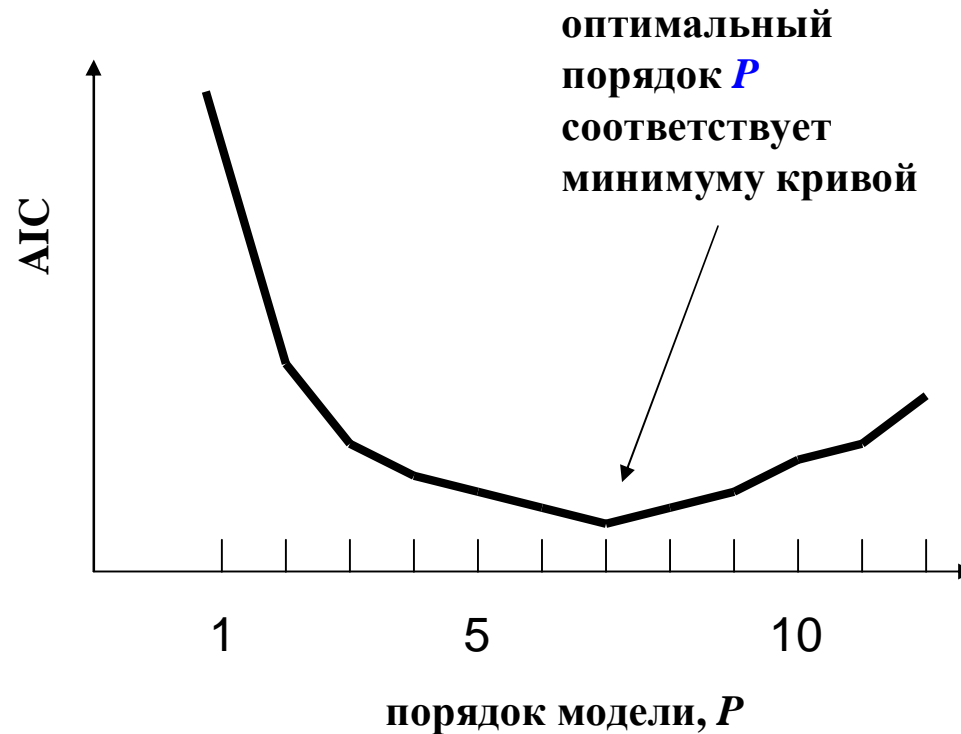
Как выбрать
"правильный"
порядок AR-модели?

ОПТИМАЛЬНЫЙ ПОРЯДОК AR-МОДЕЛИ

Akaike's Information Criterion (AIC)

$$AIC = N \ln(\det(C_{ee})) + 2P$$

$$C_{ee}(\tau) = E\{e(n)e(n+\tau)\} = \sigma_{ee}^2 \delta_{0\tau}$$



ВЕКТОРНАЯ АВТОРЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ (VAR-МОДЕЛЬ)

она же: MVAR, MAR

VAR-МОДЕЛЬ В СЛУЧАЕ ДВУХ КАНАЛОВ

Линейное описание двух взаимодействующих каналов с помощью AR-модели порядка P

$$\begin{cases} x_1(n) = \sum_{k=1}^{k=P} a_{11}(k)x_1(n-k) + \sum_{k=1}^{k=P} a_{12}(k)x_2(n-k) + e_1(n) \\ x_2(n) = \sum_{k=1}^{k=P} a_{21}(k)x_1(n-k) + \sum_{k=1}^{k=P} a_{22}(k)x_2(n-k) + e_2(n) \end{cases}$$

То же самое, только подробно

$$\begin{cases} x_1(n) = [a_{11}(1)x_1(n-1) + a_{11}(2)x_1(n-2) + \dots + a_{11}(P)x_1(n-P)] + [a_{12}(1)x_2(n-1) + a_{12}(2)x_2(n-2) + \dots + a_{12}(P)x_2(n-P)] + e_1(n) \\ x_2(n) = [a_{21}(1)x_1(n-1) + a_{21}(2)x_1(n-2) + \dots + a_{21}(P)x_1(n-P)] + [a_{22}(1)x_2(n-1) + a_{22}(2)x_2(n-2) + \dots + a_{22}(P)x_2(n-P)] + e_2(n) \end{cases}$$

Коэффициенты $a_{ij}(k)$ характеризуют влияние задержанных (прошлых) значений сигнала одного канала на текущие значения другого (или самого себя)

VAR-МОДЕЛЬ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ЭЭГ

$$x(n) = \sum_{k=1}^{k=P} a(k)x(n-k) + e(n)$$

Линейное описание M взаимодействующих каналов с помощью AR-модели порядка P

$$x(n) = \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \\ \vdots \\ x_M(n) \end{bmatrix} \quad e(n) = \begin{bmatrix} e_1(n) \\ e_2(n) \\ \vdots \\ e_M(n) \end{bmatrix}$$

Здесь сигнал $x(n)$ и шум $e(n)$ – это векторы, зависящие от дискретного времени n .

$$a(k) = \begin{bmatrix} a_{11}(k) & a_{12}(k) & \cdots & a_{1M}(k) \\ a_{21}(k) & a_{22}(k) & \cdots & a_{2M}(k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{M1}(k) & a_{M2}(k) & \cdots & a_{MM}(k) \end{bmatrix}$$

Вот как выглядит матрица коэффициентов авторегрессии для k -й задержки

VAR-МОДЕЛЬ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

$$x(n) = \sum_{k=1}^{k=P} a(k)x(n-k) + e(n) \xrightarrow{\substack{\text{преобразование} \\ \text{Фурье}}} X(f) = \sum_{k=1}^{k=P} [a(k)e^{-i2\pi kf} X(f)] + E(f)$$
$$X(f) = \left\{ \sum_{k=1}^{k=P} [a(k)e^{-i2\pi kf}] \right\} X(f) + E(f) \longrightarrow X(f) = A(f)X(f) + E(f)$$

$$[I - A(f)]X(f) = E(f) \quad \tilde{A}(f) = [I - A(f)]$$

$$\tilde{A}(f)X(f) = E(f)$$

$$X(f) = [\tilde{A}(f)]^{-1}E(f) \quad H(f) = \tilde{A}^{-1}(f)$$

$$X(f) = H(f)E(f)$$

Kaminski M., Ding M., Truccolo W.A., Bressler S.I. Evaluating causal relations in neural systems: Granger causality, direct transfer function and statistical assessment of significance. Biol. Cybern. 2001. V.85. P.145-157

Baccala L., Sameshima K. Partial directed coherence: a new concept in neural structure determination. Biol. Cybern. 2001. V.84. P.463-474

АВТОСПЕКТРЫ, ВЗАИМНЫЕ СПЕКТРЫ, ФУНКЦИЯ КОГЕРЕНТНОСТИ

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \cdots & \sigma_{1M}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \cdots & \sigma_{2M}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{M1}^2 & \sigma_{M2}^2 & \cdots & \sigma_{MM}^2 \end{bmatrix}$$

Ковариационная матрица остатков AR

$$\sigma_{ij}^2 = C_{ij} = \text{cov}(e_i, e_j)$$

эрмитово сопряжение = транспонирование и
комплексное сопряжение

$$S(f) = H(f) \cdot \Sigma \cdot H^H(f)$$

Спектральная матрица

Теперь можно вычислить функцию когерентности

$$C_{ij}(f) = \frac{S_{ij}(f)}{\sqrt{S_{ii}(f)S_{jj}(f)}}$$

$$K_{ij}(f) \equiv \Gamma_{ij}(f) = |C_{ij}(f)|^2 = \frac{|S_{ij}(f)|^2}{S_{ii}(f)S_{jj}(f)}$$

МЕРЫ НАПРАВЛЕННОГО ВЛИЯНИЯ

СУММАРНОЕ ПРЯМОЕ НАПРАВЛЕННОЕ ВЛИЯНИЕ КАНАЛА НА КАНАЛ DC (direct coupling)

простейшая мера прямого влияния одного канала на другой $DC_{k \leftarrow m}$
direct coupling / direct causal influence

$$DC_{k \leftarrow m} = \sum_{p=1}^{p=P} a_{km}^2(p)$$

Если $DC_{k \leftarrow m} = 0$, то канал m не оказывает никакого влияния на канал k

НАПРАВЛЕННАЯ ПЕРЕДАТОЧНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА DIRECTED TRANSFER FUNCTION (DTF)

$$X(f) = H(f)E(f) \quad \longrightarrow \quad \begin{bmatrix} X_1(f) \\ X_2(f) \\ \vdots \\ X_M(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(f) & H_{12}(f) & \cdots & H_{1M}(f) \\ H_{21}(f) & H_{22}(f) & \cdots & H_{2M}(f) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{M1}(f) & H_{M2}(f) & \cdots & H_{MM}(f) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_1(f) \\ E_2(f) \\ \vdots \\ E_M(f) \end{bmatrix}$$

$\theta_{ij}(f) = DTF_{ij}(f) = |H_{ij}(f)|$ **Ненормированная DTF** показывает абсолютный вклад отфильтрованного белого шума канала j в канале i

Нормированная DTF показывает долю отфильтрованного белого шума канала j в канале i по сравнению с суммарным вкладом всех остальных каналов.

$$\gamma_{ij}^2(f) = DTF_{ij}(f) = \frac{|H_{ij}(f)|^2}{\sum_{k=1}^{k=M} |H_{ik}(f)|^2}$$

или

$$DTF_{ij}(f) = \frac{|H_{ij}(f)|}{\sqrt{\sum_{k=1}^{k=M} |H_{ik}(f)|^2}}$$

НАПРАВЛЕННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ

Если ковариационная матрица

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \cdots & \sigma_{1M}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \cdots & \sigma_{2M}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{M1}^2 & \sigma_{M2}^2 & \cdots & \sigma_{MM}^2 \end{bmatrix} \quad \text{диагональна} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{22}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{MM}^2 \end{bmatrix}$$

то функцию обычной когерентности можно представить следующим образом:

$$C_{ij} = \frac{S_{ij}}{\sqrt{S_{ii}S_{jj}}} = \sum_{k=1}^{k=M} [\bar{H}_{ik} H_{jk} \frac{\sigma_{kk}^2}{\sqrt{S_{ii}}\sqrt{S_{jj}}}] = \sum_{k=1}^{k=M} [\frac{\sigma_{kk} \bar{H}_{ik}}{\sqrt{S_{ii}}} \frac{\sigma_{kk} H_{jk}}{\sqrt{S_{jj}}}] = \sum_{k=1}^{k=M} \bar{\gamma}_{ik} \gamma_{jk}$$

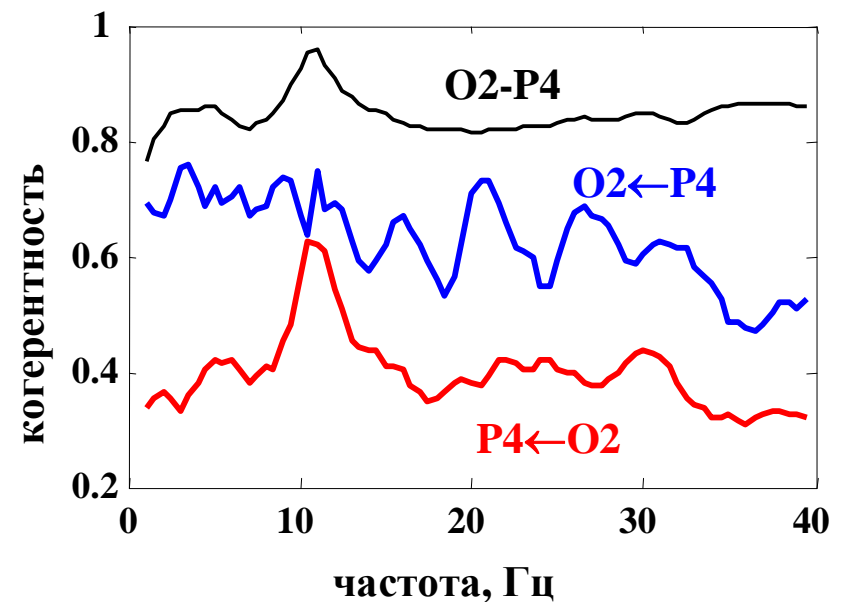
Величину

$$\gamma_{ij} = \gamma_{i \leftarrow j} = \frac{\sigma_{jj} H_{ij}}{\sqrt{S_{ii}}}$$

называют направленной когерентностью

$$\gamma_{i \leftarrow j} = \frac{\sigma_{jj} H_{ij}}{\sqrt{S_{ii}}} \neq \gamma_{j \leftarrow i} = \frac{\sigma_{ii} H_{ji}}{\sqrt{S_{jj}}}$$

Знание матрицы H позволяет вычислить направленную когерентность



*Baccala L., Sameshima K.
Partial directed coherence: a new concept in neural
structure determination.
Biol. Cybern. 2001. V.84. P.463-474*

ЧАСТНАЯ НАПРАВЛЕННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ PARTIAL DIRECTED COHERENCE (PDC)

$$\tilde{A}(f)X(f) = E(f)$$

$$\pi_{i \leftarrow j}(f) = PDC_{i \leftarrow j}(f) = \frac{|\tilde{A}_{ij}(f)|}{\sqrt{\sum_{k=1}^{k=M} |\tilde{A}_{kj}(f)|^2}}$$

Функция частной направленной когерентности от канала j к каналу i показывает, насколько велико влияние канала j на канал i по сравнению с влиянием j на все M каналов.

Если $\pi_{i \leftarrow j}(f) = 0$, то $\tilde{A}_{ij}(f) = 0$, и это означает, что канал j непосредственно не влияет на канал i

Baccala L., Sameshima K. Partial directed coherence: a new concept in neural structure determination. Biol. Cybern. 2001. V.84. P.463-474

ПРИМЕНЕНИЕ VAR-МОДЕЛИ

VAR-МОДЕЛЬ LFP: НАПРАВЛЕННЫЕ ВЛИЯНИЯ В СОМАТОСЕНСОРНОЙ КОРЕ ОБЕЗЬЯНЫ (причинно-следственные влияния по Грэйнджеру)

$$I_{j \rightarrow i}(f) = -\log \left(1 - \frac{(V_{jj} - \frac{v_{ij}^2}{v_{jj}}) |H_{ij}(f)|^2}{S_{i,i}(f)} \right)$$

Granger causality

здесь
 $V \equiv \sum_{ee}$

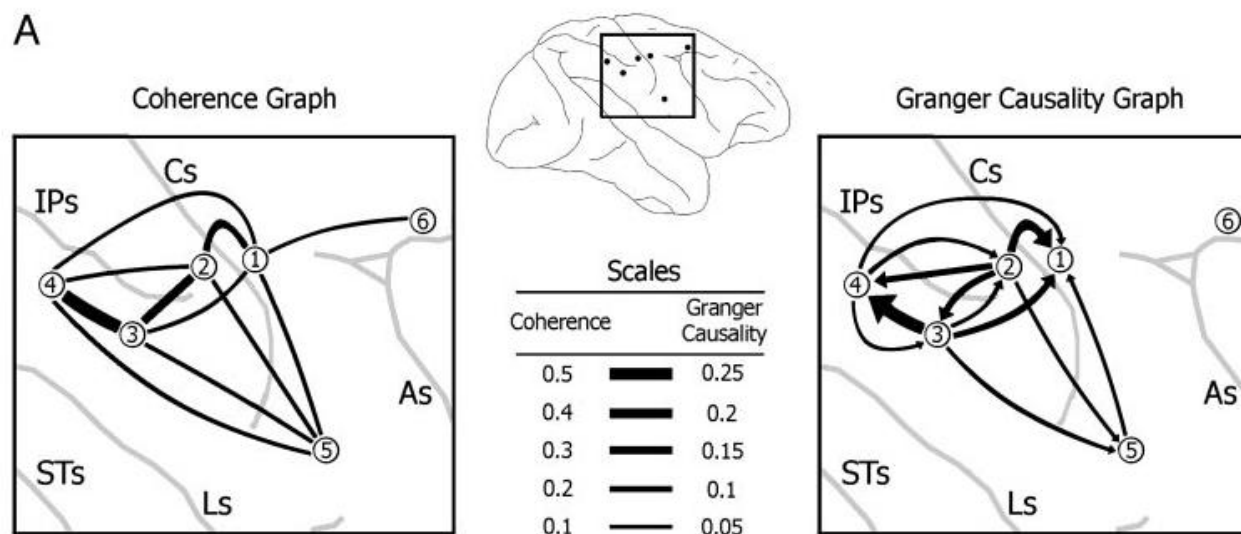


Fig. 2. Beta oscillatory networks in monkey sensorimotor cortex. Coherence (Left) and Granger causality graphs (Right) are depicted in monkeys GE (A) and LU (B). The coherence and Granger causality values are coded by the thickness of the lines between recording sites (Center). The lines in the Granger causality graphs have arrowheads, indicating the direction of Granger causal influence. Lines between site pairs not reaching significance in the coherence and Granger causality measures are not shown. Cs, central sulcus; IPs, intraparietal sulcus; STs, superior temporal sulcus; Ls, lateral sulcus; As, arcuate sulcus.

Brovelli A. et al. Beta oscillations in a large-scale sensorimotor cortical network: Directional influences revealed by Granger causality. *PNAS*, 2004, 101(26): 9849–9854

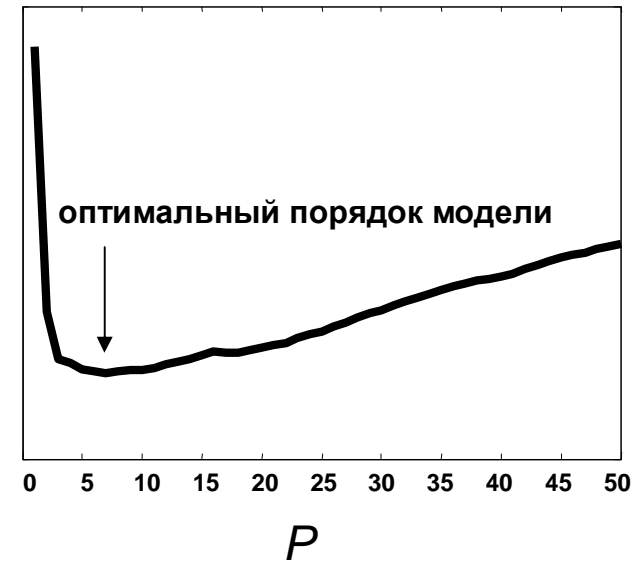
ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ПОСТРОЕНИЯ VAR-МОДЕЛИ

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ПОРЯДКА VAR-МОДЕЛИ

$$AIC(P) = N \ln(\det(\Sigma)) + 2PM^2$$

(AIC - Akaike Information Criterion)

AIC

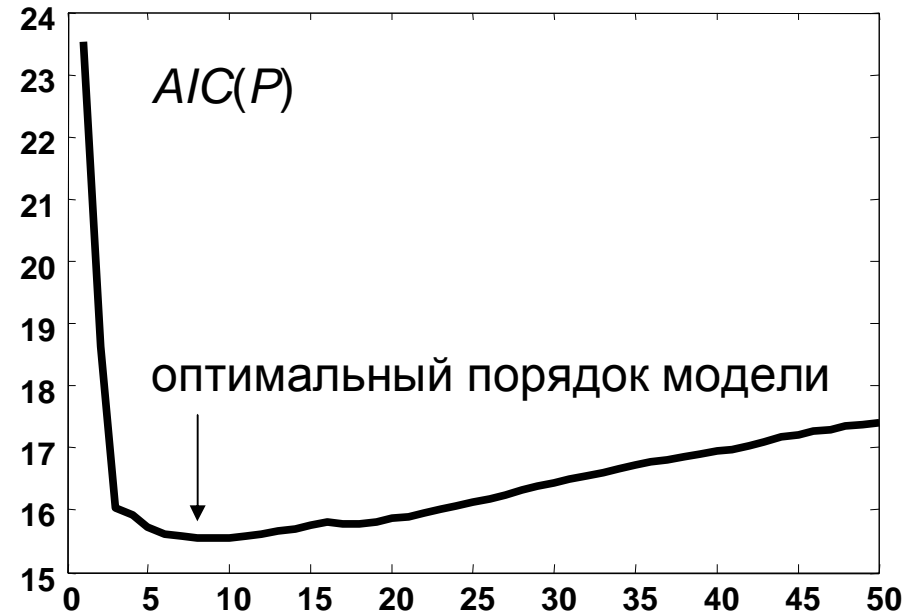
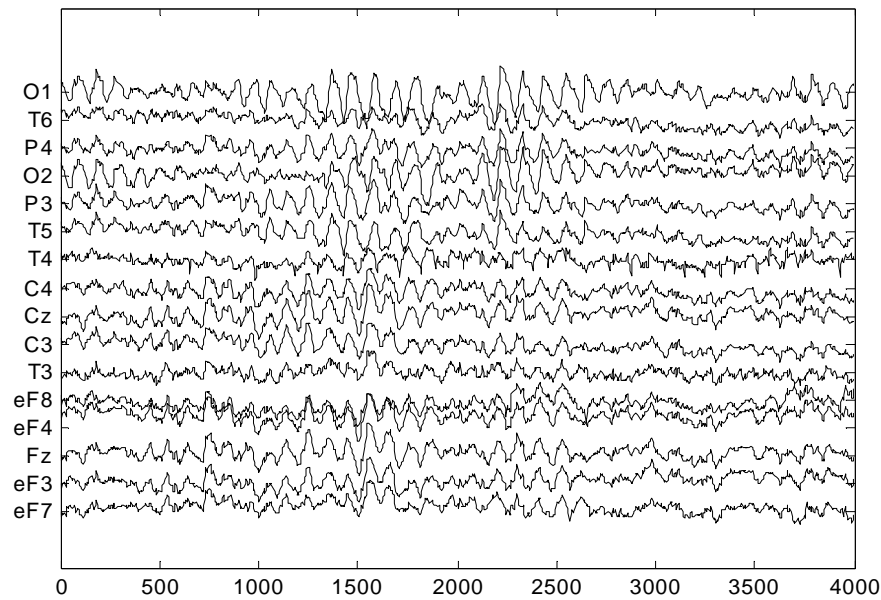


Число свободных параметров $PM^2 \propto M^2$

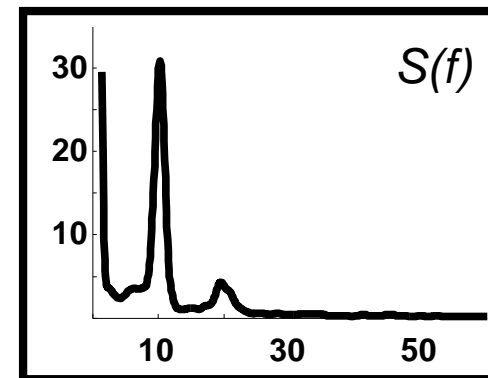
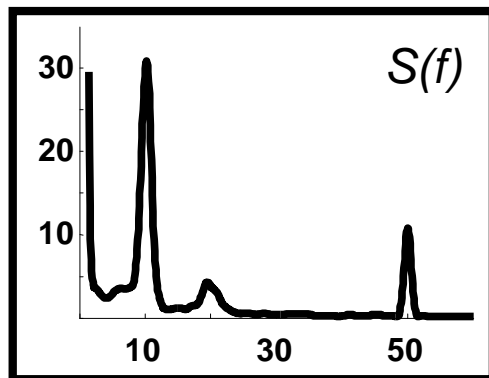
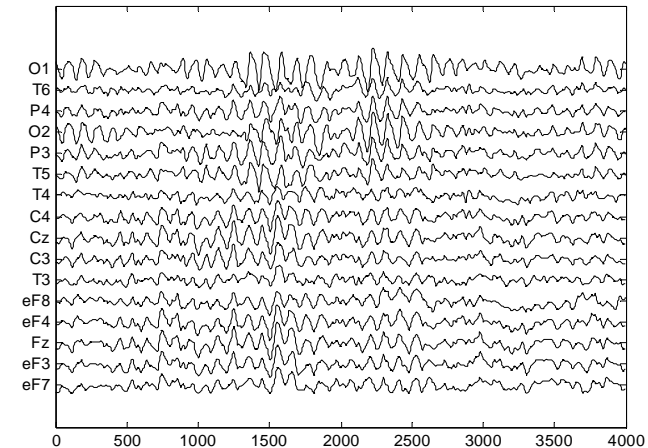
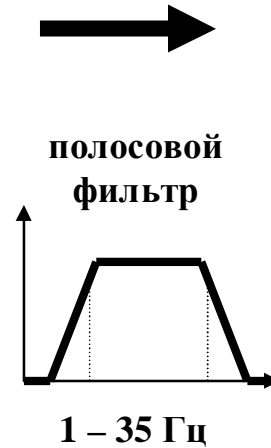
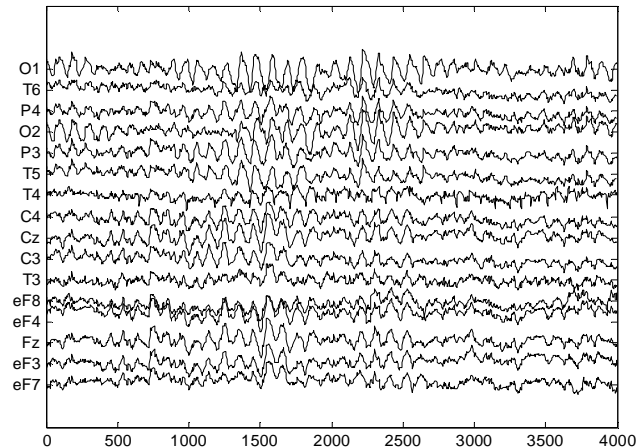
$$\ln(\det(\Sigma_{ee})) \propto M$$

При фиксированной длине N отрезка ЭЭГ
оптимальный порядок будет тем ниже,
чем больше число каналов

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ПОРЯДКА ВАР-МОДЕЛИ ВЛИЯНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ЭЭГ

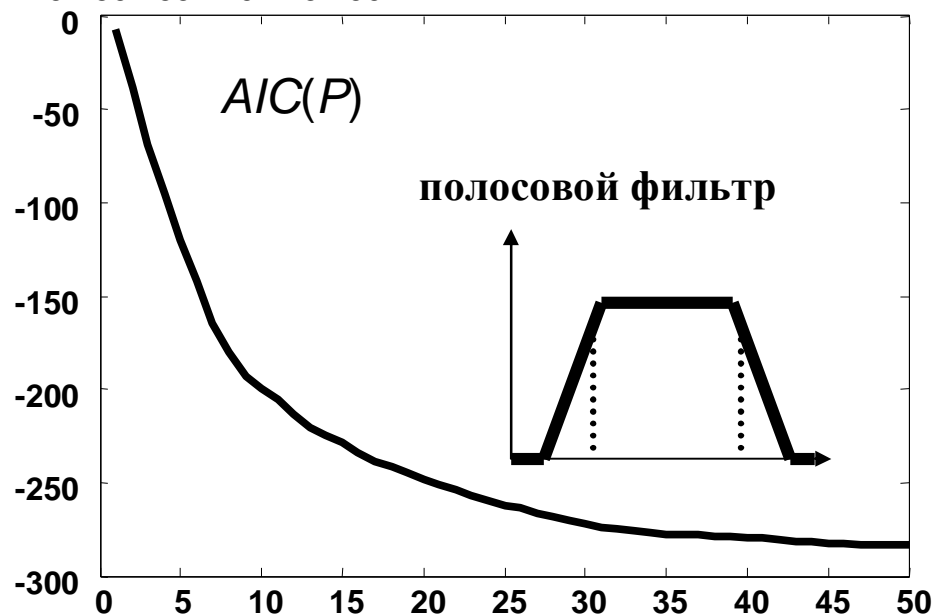
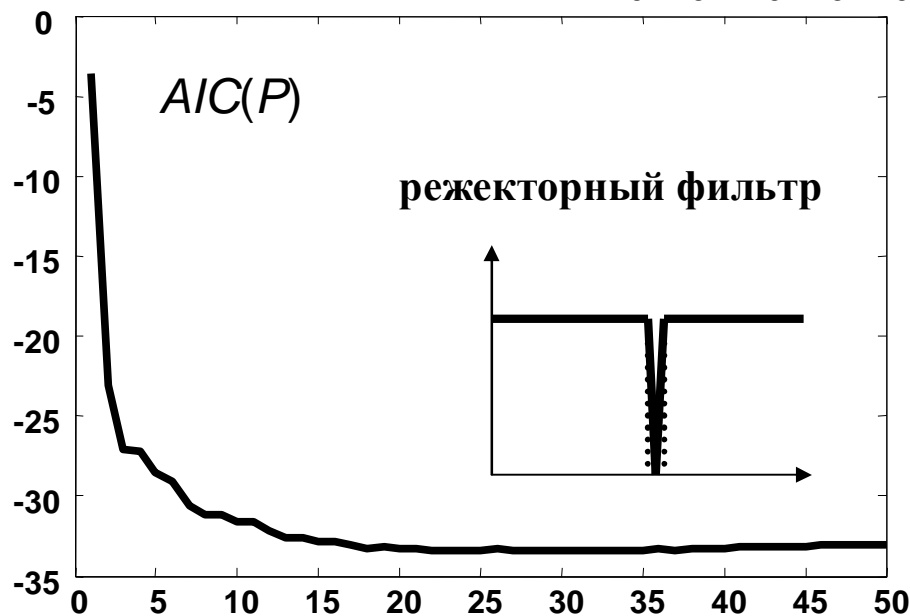
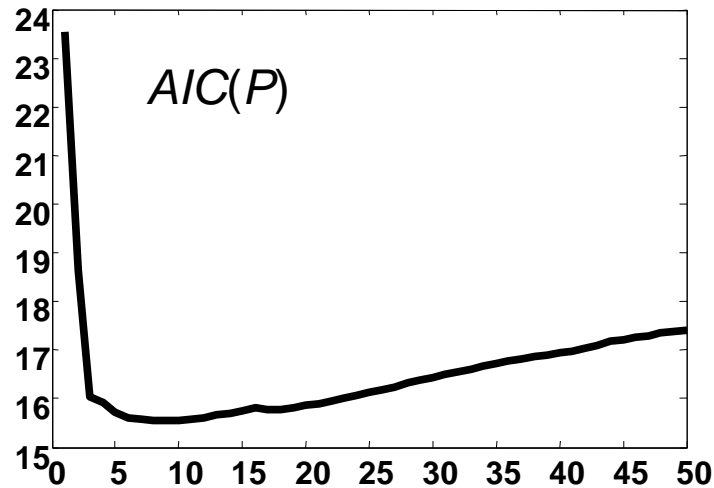


ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ПОРЯДКА VAR-МОДЕЛИ ВЛИЯНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ЭЭГ

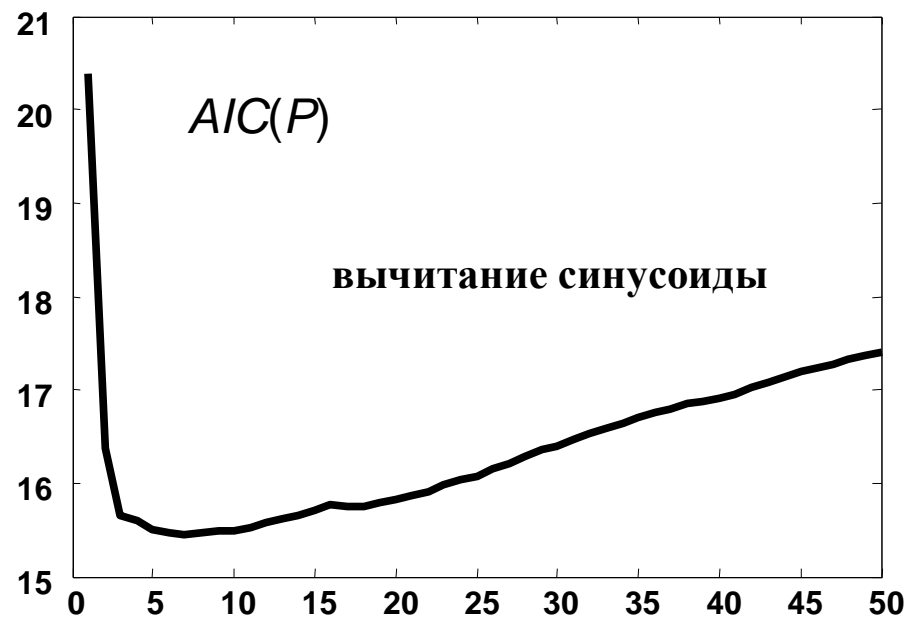
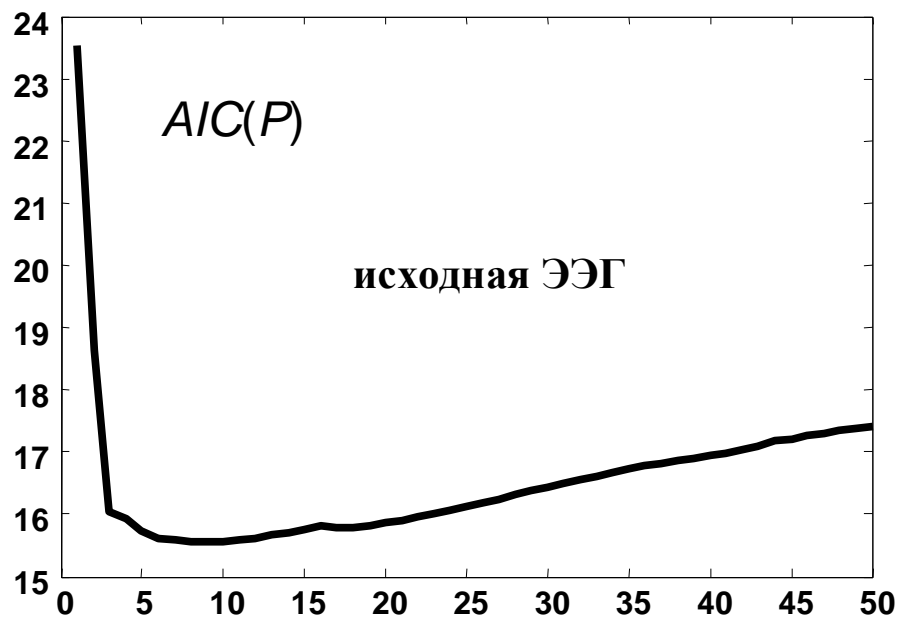


Как частотная фильтрация повлияет на оптимальный порядок VAR-модели?

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ПОРЯДКА VAR-МОДЕЛИ ВЛИЯНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ЭЭГ



ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ПОРЯДКА VAR-МОДЕЛИ ВЛИЯНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ЭЭГ



ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ПОРЯДКА VAR-МОДЕЛИ ВЛИЯНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ЭЭГ

Пусть отрезок M-канальной ЭЭГ описывается VAR-моделью порядка P: $\tilde{A}(f)X(f) = E(f)$

Обработаем каждый канал фильтром:

$$\sum_{k=1}^{k=K} c(k)y_j(n-k) = \sum_{q=1}^{q=Q} d(q)x_j(n-q) \quad (j = 1, 2, \dots, M)$$

В частотной области этому соответствует преобразование :

$$C(f)Y(f) = D(f)X(f)$$

Умножим слева обе части равенства на матрицу коэффициентов VAR:

$$\tilde{A}(f)C(f)Y(f) = \tilde{A}(f)D(f)X(f)$$

$$\tilde{A}(f)C(f) = C(f)\tilde{A}(f) \quad \tilde{A}(f)D(f) = D(f)\tilde{A}(f)$$

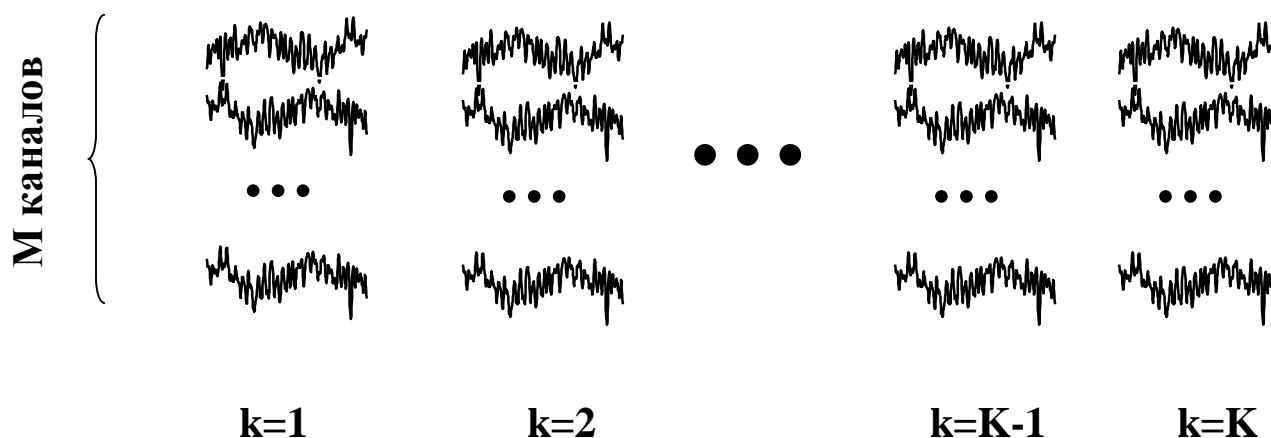
$$C(f)\tilde{A}(f)Y(f) = D(f)\tilde{A}(f)X(f)$$

$$C(f)\tilde{A}(f)Y(f) = D(f)E(f) \quad \text{VARMA-модель порядка (P+K,Q)}$$

VARMA-модель конечного порядка эквивалентна VAR-модели
бесконечного порядка

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ПОРЯДКА VAR-МОДЕЛИ ДЛЯ МНОЖЕСТВА ОТРЕЗКОВ ЭЭГ

Предположим мы записали K отрезков M -канальной ЭЭГ



Как строить VAR-модель и как выбирать ее оптимальный порядок?

Cui J., Xu L., Bressler S.L., Ding M., Liang H. BSMART: A Matlab/C toolbox for analysis of multichannel neural time series. Neural Networks. 2008. 21: 1094–1104

Можно строить одну VAR-модель сразу для множества отрезков, в том числе коротких отрезков (десятки миллисекунд), если их достаточно много

VAR-МОДЕЛЬ ДЛЯ МНОЖЕСТВА КОРОТКИХ ОТРЕЗКОВ ЭЭГ

PDC analysis was applied to non-averaged data within the N400 time window (400–550 ms post-stimulus, as determined by the ERP analysis).

4 G. G. Supp *et al.*

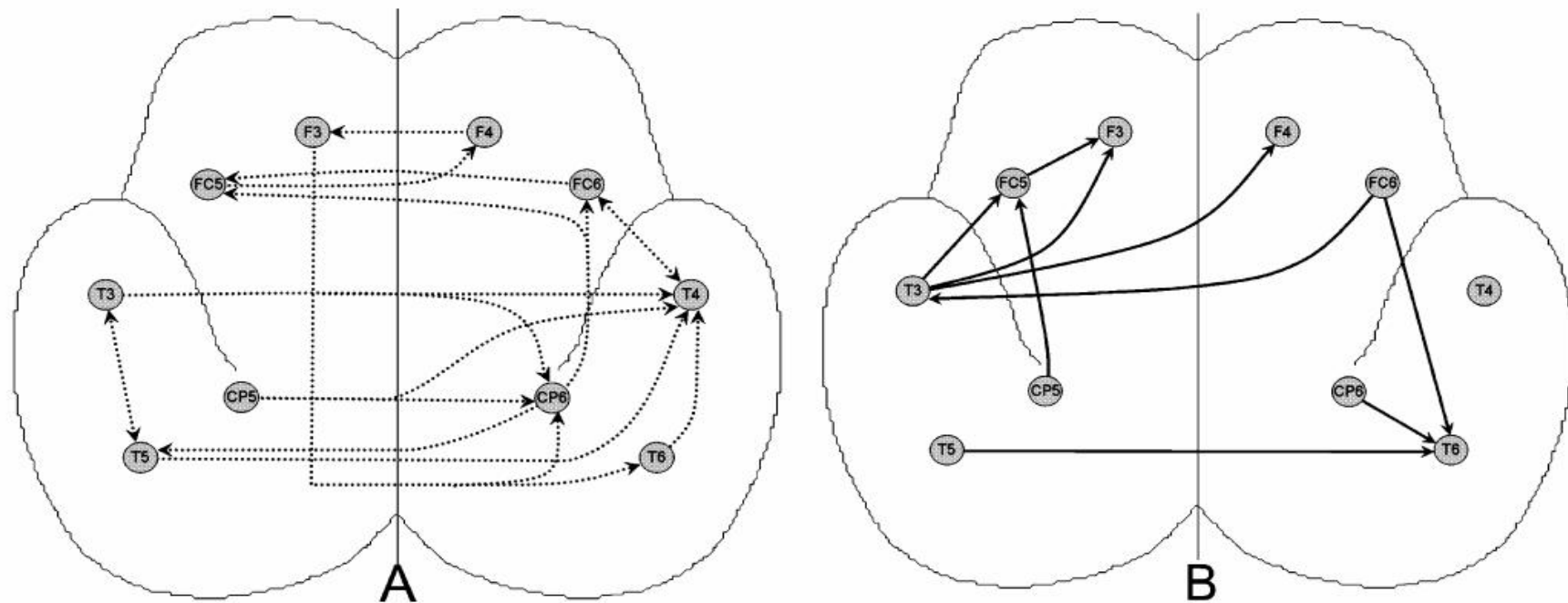


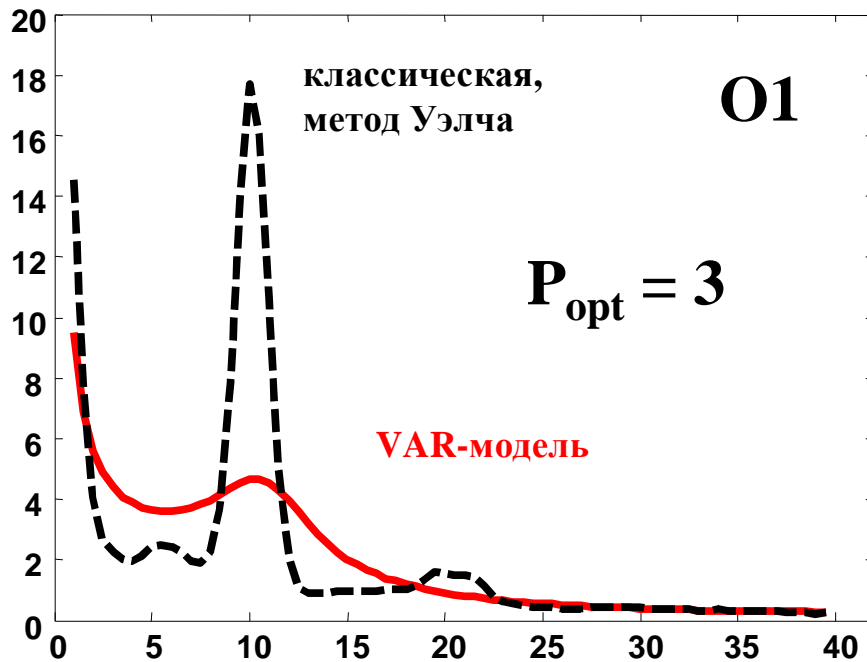
FIG. 2. (A) Significant coherence increases for meaningless (as compared with meaningful) pictures within the time-window of the N400 (meaningless > meaningful). (B) Coherence increases for recognizable objects compared with unrecognizable objects (meaningful > meaningless). Arrows indicate the direction of information transfer. For all: significance level $P < 0.05$.

Gernot G. Supp, Alois Schlogl, Christian J. Fiebach, Thomas C. Gunter, Gabriella Vigliocco, Gert Pfurtscheller and Hellmuth Petsche. Semantic memory retrieval: cortical couplings in object recognition in the N400 window
European Journal of Neuroscience, pp. 1–5, 2005

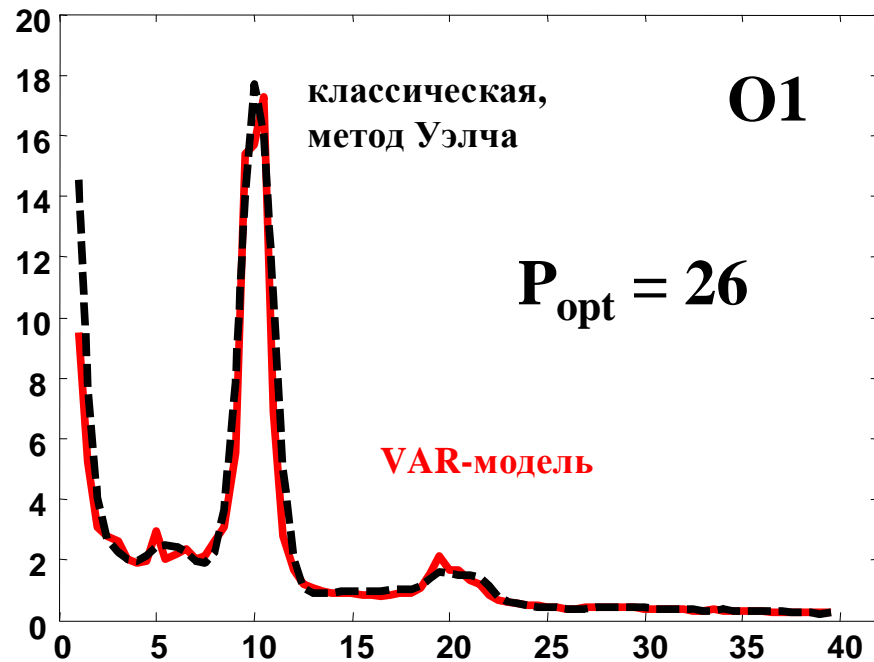
ЧАСТОТНОЕ РАЗРЕШЕНИЕ

оценки спектра мощности:

оптимальный порядок определен по отдельным отрезкам ЭЭГ



оптимальный порядок определен по совокупности всех отрезков ЭЭГ



Классическая оценка (пунктирная линия) получена усреднением 60 оценок (метод Уэлча, эффективное частотное разрешение - 2 Гц) для 2-секундных отрезков сигнала в отведении O1 16-канальной ЭЭГ длительностью 2 мин. VAR-оценки спектра мощности вычислены для модели оптимального порядка усреднением индивидуальных VAR-оценок по 60 отрезкам (оптимальный порядок равен 3, штриховая линия) и для всего 2-минутного отрезка (оптимальный порядок равен 26, сплошная линия).

ВЛИЯНИЕ ЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛА НА VAR-МОДЕЛЬ

Что будет с коэффициентами VAR-модели и основанными на них мерами взаимодействия, если исходный сигнал подвергнуть невырожденному линейному преобразованию?

Пусть M-канальный сигнал x описывается VAR-моделью порядка P :
$$x(n) = \sum_{p=1}^{p=P} a(p)x(n-p) + e(n)$$

Преобразуем исходный сигнал x в новый сигнал y с помощью невырожденного линейного преобразования G :
$$y(n) = Gx(n) \longrightarrow x(n-p) = G^{-1}y(n-p)$$

$$G^{-1}y(n) = \sum_{p=1}^{p=P} a(p)G^{-1}y(n-p) + e(n) \longrightarrow y(n) = \sum_{p=1}^{p=P} Ga(p)G^{-1}y(n-p) + Ge(n)$$



$$a^{(y)}(p) = Ga^{(x)}(p)G^{-1}$$

$$A^{(y)}(f) = GA^{(x)}(f)G^{-1}$$

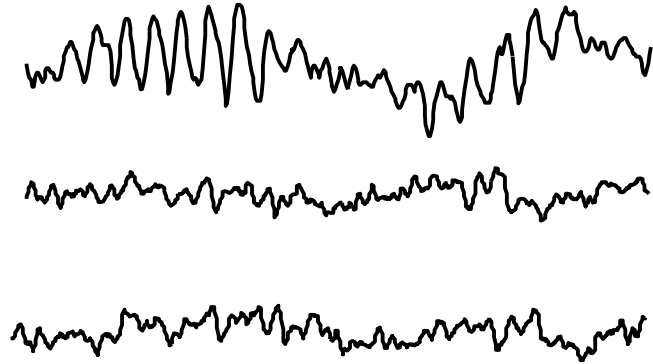
$$H^{(y)}(f) = GH^{(x)}(f)G^{-1}$$

$$\Sigma^{(y)} = G\Sigma^{(x)}G^H$$

$$S^{(y)}(f) = GS^{(x)}(f)G^H$$

ВЛИЯНИЕ МАСШТАБА СИГНАЛА

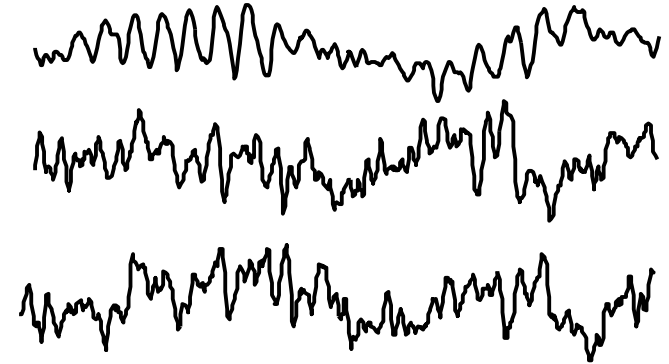
Допустим, что еще до построения VAR-модели мы



изменим масштаб
сигналов в каналах



напр., нормируем
по общей мощности



Независимому изменению масштаба сигнала (усиления)
в отдельных каналах соответствует
диагональная матрица линейного преобразования:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & G_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & G_{MM} \end{bmatrix}$$

$$y_k(n) = G_{kk} x(n)$$



$$\begin{cases} a_{km}^{(y)}(p) = (G_{kk} / G_{mm}) a_{km}^{(x)}(p) \\ \Sigma_{km}^{(y)}(f) = G_{kk} G_{mm} \Sigma_{km}^{(x)}(f) \end{cases}$$

DC, PDC, DTF НЕ ИНВАРИАНТНЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ИЗМЕНЕНИЯ МАСШТАБА СИГНАЛОВ В КАНАЛАХ

$$DC_{k \leftarrow m}^{(y)} = \sum_{p=1}^{p=P} \left[\frac{G_{kk}}{G_{mm}} a_{km}^{(x)}(p) \right]^2 = \left(\frac{G_{kk}}{G_{mm}} \right)^2 \sum_{p=1}^{p=P} a_{km}^{(x)}(p)^2 = \left(\frac{G_{kk}}{G_{mm}} \right)^2 DC_{k \leftarrow m}^{(x)} \quad \text{DC}$$

$$\pi_{k \leftarrow m}^{(y)}(f) = \left| \frac{G_{kk}}{G_{mm}} A_{km}(f) \right| / \sqrt{\sum_{j=1}^{j=M} \left| \frac{G_{jj}}{G_{mm}} A_{jm}(f) \right|^2} = |G_{kk} A_{km}(f)| / \sqrt{\sum_{j=1}^{j=M} |G_{jj} A_{jm}(f)|^2} \neq \pi_{k \leftarrow m}^{(x)}(f) \quad \text{PDC}$$

$$\gamma_{k \leftarrow m}^{(y)}(f) = \left| \frac{G_{kk}}{G_{mm}} H_{km}(f) \right| / \sqrt{\sum_{j=1}^{j=M} \left| \frac{G_{kk}}{G_{jj}} H_{kj}(f) \right|^2} = |H_{km}(f) / G_{mm}| / \sqrt{\sum_{j=1}^{j=M} |H_{kj}(f) / G_{jj}|^2} \neq \gamma_{k \leftarrow m}^{(x)}(f) \quad \text{DTF}$$

ФУНКЦИЯ КОГЕРЕНТНОСТИ И ФУНКЦИЯ НАПРАВЛЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ ИНВАРИАНТНЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ИЗМЕНЕНИЯ МАСШТАБА СИГНАЛОВ В КАНАЛАХ

$$S_{km}^{(yy)}(f) = G_{kk} G_{mm} S_{km}^{(xx)}(f)$$

$$C_{km}^{(y)}(f) = G_{kk} G_{mm} S_{km}^{(x)}(f) / \sqrt{G_{kk}^2 S_{kk}^{(x)}(f) G_{mm}^2 S_{mm}^{(x)}(f)} = S_{km}^{(x)}(f) / \sqrt{S_{kk}^{(x)}(f) S_{mm}^{(x)}(f)} = C_{km}^{(x)}(f) \quad \text{COH}$$

$$\Sigma_{km}^{(y)}(f) = G_{kk} G_{mm} \Sigma_{km}^{(x)}(f)$$

$$\delta_{k \leftarrow m}^{(y)}(f) = \sigma_{mm}^{(y)} H_{km}^{(y)}(f) / \sqrt{S_{kk}^{(y)}(f)} = \left[G_{mm} \sigma_{mm}^{(x)} \left(\frac{G_{kk}}{G_{mm}} \right) H_{km}^{(x)}(f) \right] / \sqrt{G_{kk}^2 S_{kk}^{(x)}(f)} = \delta_{k \leftarrow m}^{(x)}(f) \quad \text{DCOH}$$

МЕРЫ, НЕ ЗАВИСЯЩИЕ ОТ МАСШТАБА

Масштабно-независимый вариант направленной передаточной функции (DTF)

$$H_{km}(f) \longrightarrow H_{km}^{(\sigma)}(f) = (\sigma_{mm} / \sigma_{kk}) H_{km}(f)$$

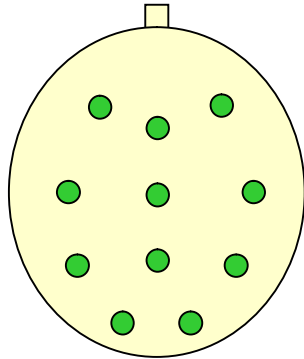
σ_{kk} – стандартное отклонение белого шума в k -м канале:

$$DTF_{km}^{(\sigma)}(f) = \frac{|H_{km}^{(\sigma)}(f)|}{\sqrt{\sum_{j=1}^{j=M} |H_{kj}^{(\sigma)}(f)|^2}}$$

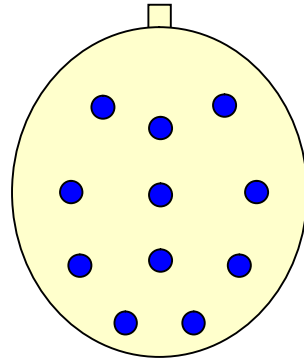
ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ

ЭФФЕКТ КОНЕЧНОЙ ВЫБОРКИ: ЛОЖНЫЕ ПИКИ

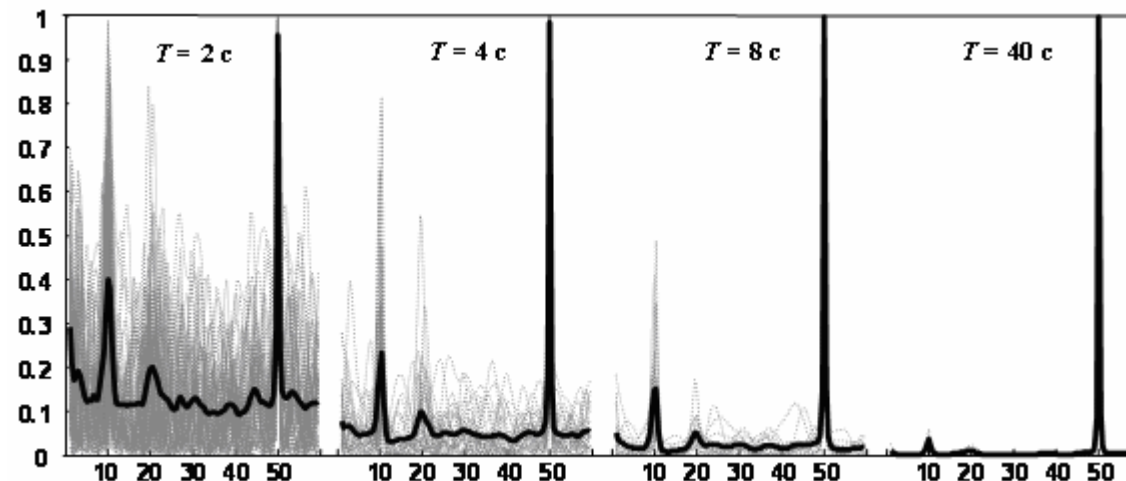
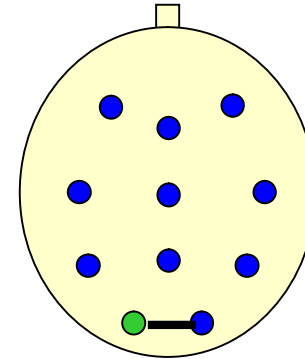
испытуемый А



испытуемый Б



"кентавр" А+Б



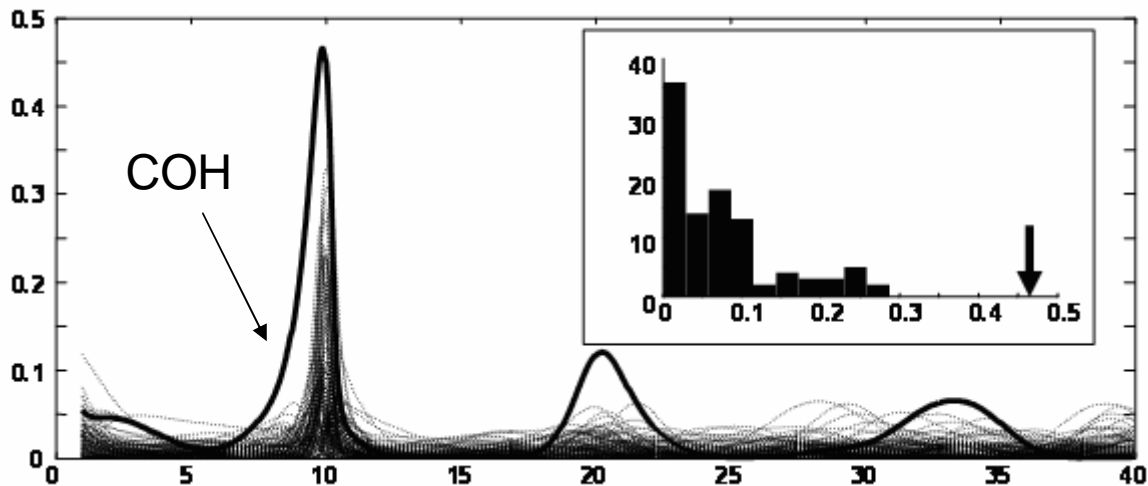
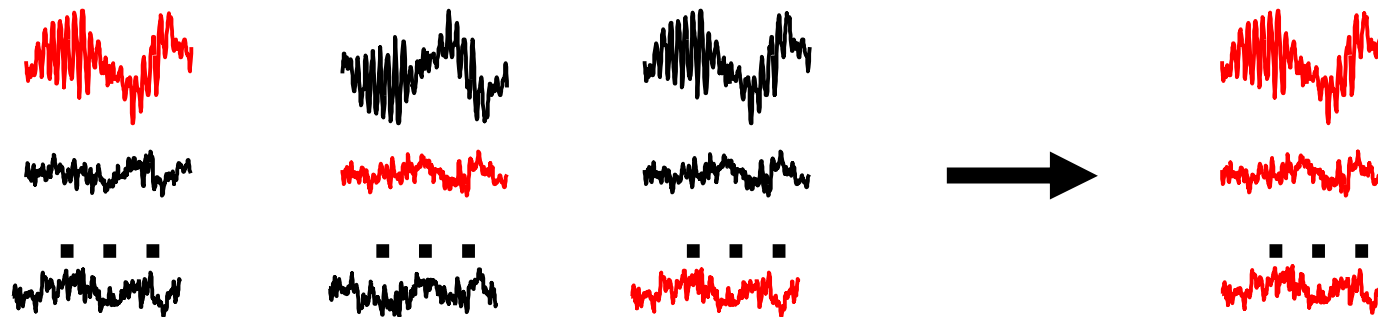
Максимумы функции когерентности и оценка их статистической значимости: индивидуальные оценки (тонкие пунктирные линии) и усредненная оценка (сплошная толстая линия) функции когерентности (16-канальная ВАР-модель 20-го порядка) для 2 каналов, содержащих заведомо не связанные статистически сигналы ЭЭГ, при различной длительности T отрезков: 2 с (60 отрезков), 4 с (30 отрезков), 8 с (15 отрезков) и 40 с (3 отрезка).

ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ МЕР ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

асимптотические оценки значимости

метод случайных перестановок (random permutation test)

метод суррогатных данных



ОПАСЕНИЯ: ЧТО МОЖЕТ ПРИВЕСТИ К НЕПРАВИЛЬНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРИМЕНЕНИЯ VAR-МОДЕЛИ К ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ЗАПИСЯМ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ЭЭГ

использование неоптимального порядка VAR-модели
(применение частотной фильтрации; множественные отрезки ЭЭГ)

использование неоптимального частотного разрешения
(потеря частотной специфичности)

содержательная интерпретация направленных мер при недостаточном
числе каналов VAR-модели (игнорирование латентных источников влияния)

игнорирование объемного проведения

НАДЕЖДЫ: ЧТО МОЖЕТ ПРИВЕСТИ К НОВЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ

переход от пространства исходных сигналов ("сырой" ЭЭГ)
к пространству источников

оценка изменения функциональных связей во времени

построение мер нелинейных функциональных связей

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ